# BAC 2001 SESSION PRINCIPALE

## EXERCICE 1

Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives a et 1 où $a \in \mathbb{C}\backslash\{1\}$
Soit $f : P\backslash\{B\} \to P; M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = \frac{z-a}{z-1}$.

**1/** Montrer que les affixes des points invariants par f sont les solutions de l'équation **E** : $z^2 - 2z + a = 0$.

**2/a-** On suppose que $a = 1 + e^{2i\theta}$ où $\theta \in \left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$. Résoudre **E.**

**b-** Mettre sous forme trigonométrique chacune des solutions de **E.**

**3/** Dans cette question on suppose a=-1. Soit $M(z) \in P\backslash\{B\}$ et $M'(z')$

**a-** Montrer que $\widehat{\left(\vec{u};\overrightarrow{BM}\right)} + \widehat{\left(\vec{u};\overrightarrow{BM'}\right)} \equiv 0 \quad [2\pi]$.

En déduire que la demi-droite [BA) est une bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{BM'}\right)$.

**b-** Montrer que z' est un imaginaire pur si et seulement si $|z| = 1$.

**c-** En déduire la construction du point M' image d'un point M du cercle trigonométrique privé du point B.

## EXERCICE 2

Soient F et H deux points distincts, Δ la médiatrice de [FH] et J le milieu de [FH]. Soit M un point de Δ et D la droite passant par H et perpendiculaire à la droite (MH). On désigne par P la parabole de foyer F et de directrice D.

**1/a-** Montrer que Δ est la tangente à P au point M.

**b-** Vérifier que les droites D et Δ sont parallèles si et seulement si M=J

**2/** Dans le cas où le point M est différent de J, la droite D coupe Δ en I. Soit E le symétrique de H par rapport à I et Δ' la perpendiculaire à Δ en I.

**a-** Montrer que Δ' est tangente à la parabole P.

**b-** Construire le point de contact N de la parabole P et de la droite Δ' et montrer que les points M, F et N sont alignés.

**3/a-** Soit S le sommet de la parabole P. Montrer que le point J